

## OCENA PORÓWNAWCZA OPORÓW RUCHU TOCZNEGO KULI W BIEŻNIACH O WYBRANYCH KSZTAŁTACH

**Streszczenie:** Przedstawiono model sił reakcji podłoża przy ruchu kuli po podłożu płaskim oraz sposób pomiaru i wyznaczania współczynnika oporu toczenia przy ruchu oscylacyjnym. Porównano opory oscylacyjnego ruchu toczenia kuli o średnicy 30 mm w bieżniach o wybranych kształtach wykonanych w przykładowych materiałach.

### 1. WSTĘP

Problematyka tarcia toczenia nie została do dzisiejszego dnia w pełni poznana, mimo iż już w drugiej połowie XIX wieku Reynolds analizował opory ruchu toczącego się walca po powierzchni płaskiej, a trochę później Hertz podał metodę obliczania nacisków w styku skoncentrowanym [1], do dzisiaj problematyka tarcia toczenia nie jest w pełni poznana.

Przeprowadzono już wiele prac badawczych teoretycznych i doświadczalnych związanych z tematyką oporów ruchu pojazdów samochodowych. Konieczność przeprowadzenia tego rodzaju prac spowodowana jest dużą konkurencją na rynku sprzedaży opon do kół samochodów sportowych, osobowych, a w szczególności do pojazdów ciężkich i specjalnego przeznaczenia.

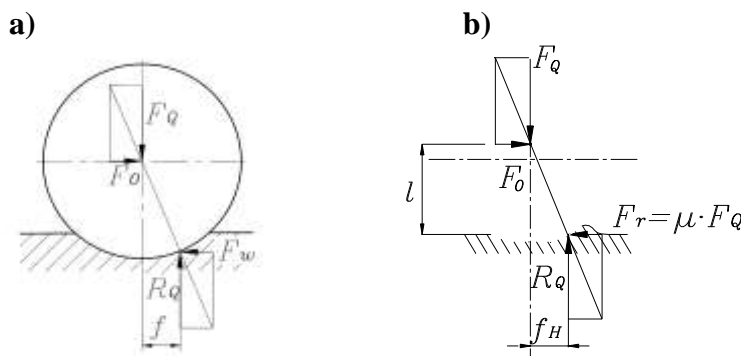
W literaturze technicznej szeroko opisywane jest zjawisko tarcia toczenia, natomiast na temat wartości współczynnika oporów ruchu toczenia bazuje się zazwyczaj na zawartej w pracy [2] informacji, że  $\mu_r = f/r$  (rys. 1), gdzie  $r$  cm jest promieniem koła, a dla stalowego koła na szynie, empirycznie wyznaczona wartość wymiaru  $f$  wynosi  $f \approx 0,05$  cm, przy promieniu koła wagonu  $r \approx 30$  cm wartość współczynnika tarcia toczenia wynosi ok. 0,0017.

Natomiast dla łożysk tocznych podaje się w [2] ogólnikową informację, że  $f = 0,0005 \div 0,001$  cm.

Na rysunku 1a przedstawiono model obciążenia w styku kula-powierzchnia płaska wg [2], na którym reakcja  $R_Q$  działa w odległości  $f$  (ramię momentu tarcia) od pionowej osi kuli, a odległość ta jest mniejsza od promienia styku.

Przeprowadzone badania oporów oscylacyjnego ruchu toczenia kuli po płaskiej powierzchni podłoża wykonanego z materiałów o różnych właściwościach fizykochemicznych oraz wytrzymałościowych, a także analiza ich wyników [5], skłaniają do przyjęcia modelu, w którym siły reakcji usytuowane są na krawędzi styku kuli z podłożem w kierunku ruchu kuli.

W przypadku modelu wg [5] ramię momentu tarcia  $f_H$  jest równe promieniowi styku kuli z podłożem.



**Rys. 1. Rozkład sił reakcji w ruchu tocznym kuli po powierzchni płaskiej,  
a) -wg [2], b) -wg [5]**

## 2. SPOSÓB PORÓWNYWANIA OPORU RUCHU TOCZNEGO KULI W BIEŻNIACH O RÓŻNYCH KSZTAŁTACH

Istnieje potrzeba wyznaczania wartości współczynników oporu ruchu tocznego dla różnych par materiałowych i dla różnej geometrii bieżni.

Do tego celu wykorzystano urządzenie w postaci wahadła fizycznego [6, 7], które pokazano na rysunku 2. Analizowany przypadek dotyczy elementu tocznego w postaci kuli łożyskowej o średnicy 30 mm. Bieżnie o kierunku prostym wykonano o różnych kształtach, w czterech materiałach.



**Rys. 2. Stanowisko do porównywania oporów ruchu tocznego**

Do układu wahadła fizycznego z kulą obtaczającą się ruchem oscylacyjnym na podłożu odpowiednio ukształtowanym, dostarczono energię potencjalną  $E_p$  przez pierwsze wychylenie wahadła  $w$ , co spowodowało przemieszczenie się środka kuli, a wartość tego przemieszczenia jest amplitudą  $A$ . Uzyskano przy tym określoną wysokość podniesienia  $h$  środka ciężkości masy wahadła.

Dostarczona wartość energii potencjalnej wynosi:

$$E_p = m \cdot g \cdot h \quad (1)$$

gdzie:  $m$  –masa wahadła,  
 $g$  –przyspieszenie ziemskie,  
 $h$  –wysokość podniesienia środka masy wahadła przez wychylenie.

Pracę do chwili zatrzymania się wahadła można wyznaczyć z zależności

$$L_t = m \cdot g \cdot \mu_{op} \cdot S \quad (2)$$

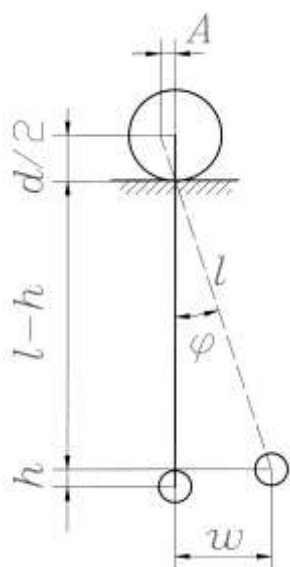
gdzie:  $S$  –droga środka kuli w całym cyklu ruchu oscylacyjnego wahadła,  
 $\mu_{op}$  –współczynnik oporu oscylacyjnego ruchu tocznego kuli wahadła.

Po wprawieniu wahadła w ruch, energia potencjalna zamieniana jest w pracę pokonywania oporów oscylacyjnego ruchu kuli po określonej bieżni. Z porównania zależności (1) i (2) wynika, że wartość współczynnika oporu ruchu tocznego w wahadle wynosi:

$$\mu_{op} = \frac{h}{S} \quad (3)$$

Jak wynika z zależności (3) do określenia wartości współczynnika tarcia tocznego dla danej postaci geometrycznej wahadła potrzebna jest znajomość wysokości podniesienia  $h$  środka ciężkości wahadła fizycznego oraz wartość sumaryczna drogi wykonanej przez środek kuli wykonującej oscylacyjny ruch po podłożu.

Wartość wysokości podniesienia  $h$  środka ciężkości wahadła fizycznego można w uproszczeniu wyznaczyć na podstawie rysunku 3.



**Rys. 3. Schemat położenia spoczynkowego oraz pierwsze odchylenie wahadła w i przemieszczenie się środka kuli o amplitudę A**

Z geometrii wynika, że

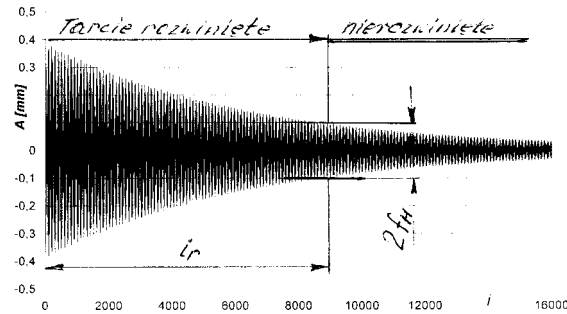
$$\frac{l-h}{l} = \cos \varphi \quad (4)$$

stąd

$$h = l \cdot (1 - \cos \varphi) \quad (5)$$

W zależności od zastosowanych do badań materiałów i postaci geometrycznych współpracującej pary, całkowita droga względnego ruchu kuli po podłożu, wynika z tłumionego ruchu oscylacyjnego wahadła.

Przykład przebiegu drogi  $S$  przebytej przez stalową kulę wahadła, po płaskim stalowym podłożu w zależności od zadanej wartości pierwszego wychylenia wahadła  $w$ , a więc i określonego przemieszczenia się środka kuli (amplituda  $A$ ), pokazano na rysunku 4.



**Rys. 4. Amplituda  $A$  tocznego ruchu oscylacyjnego kuli po podłożu w zależności od liczby cykli  $i$**

Całkowita droga oscylacyjnego obtaczania się kuli po próbce płaskiej jest sumą dróg cząstkowych wszystkich okresów  $i$ , to jest od  $i=1$  do  $i=i_k$ . Ze względu na dużą liczbę okresów oraz niską wartość stałej czasowej  $\beta$  założono, że w danym okresie  $i$ -tym dla skrajnych wychyleń nie nastąpiła znacząca zmiana amplitudy. Stąd przyjęto, że droga w  $i$ -tym okresie wynosi  $4 \cdot A_{(i)}$ . Suma dróg cząstkowych, to jest suma wszystkich dróg w  $i_k$  okresów wynosi:

$$S = \sum_{i=1}^{i=i_k} 4 \cdot A_{(i)} \quad (6)$$

przy czym  $i_k$  jest całkowitą liczbą okresów,

Amplitudę  $A_{(i)}$  w  $i$ -tym okresie można wyznaczyć z następującej zależności:

$$A_{(i)} = A_{(i=1)} \cdot e^{-\beta \cdot t} \quad (7)$$

gdzie:  $\beta$  – stała czasowa, 1/s,  
 $t = T \cdot i$  – czas wystąpienia  $i$ -tego okresu, s,  
 $i$  –  $i$ -ty okres drgań,  
 $T$  – okres drgań, s,

$A_{(i=1)}$  – amplituda początkowa, mm.

Podstawiając zależność (7) do (6) otrzymuje się równanie do obliczenia sumarycznej drogi pokonanej przez kulę na powierzchni płaskiej:

$$S = 4 \cdot A_{(i=1)} \sum_{i=1}^{i=i_k} e^{-\beta \cdot T \cdot i} \quad (8)$$

Stałą czasową  $\beta$  wyznaczono z równania:

$$A_{(i=i_k)} = A_{(i=1)} \cdot e^{-\beta \cdot t_k} \quad (9)$$

gdzie czas trwania pomiaru  $t_k = T \cdot i_k$  jest czasem po którym amplituda zmniejszy się do wartości  $A_{(i=i_k)} = 0,0125$  mm. Przy amplitudzie  $A_{(i=i_k)}$  wartość wychylenia środka ciężkości wahadła wyniesie  $w = 0,5$  mm, a takiej wartości wychylenie można obserwować nieuzbrojonym okiem.

Zatem po przekształceniu równania (9) otrzymano:

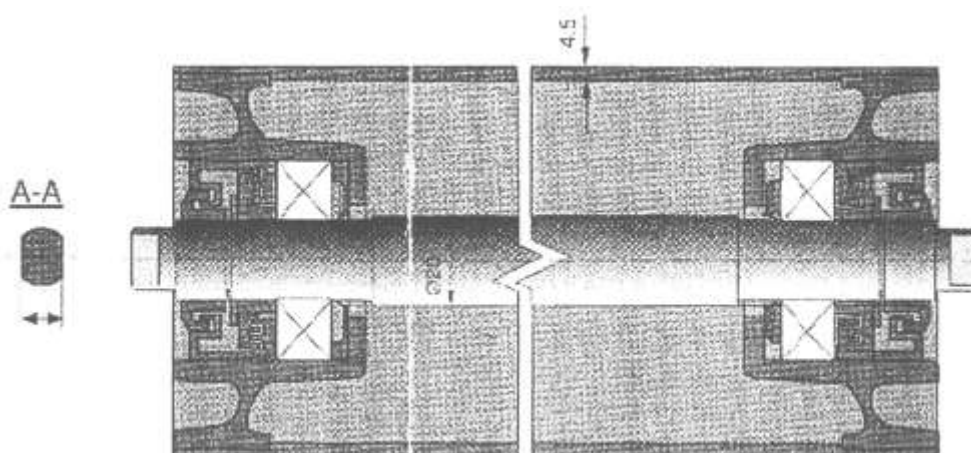
$$\beta = \frac{1}{t_k} \cdot \ln \frac{A_{(i=1)}}{A_{(i=i_k)}} \quad (10)$$

gdzie:  $A_{(i=i_k)}$  – amplituda końcowa w mm.

### 3. PORÓWNYWANIE WPLYWU KSZTAŁTU BIEŻNI NA OPORY RUCHU TOCZNEGO

Powszechnie stosowane łożyska toczne posiadają elementy toczne oraz bieźnie o różnych postaciach geometrycznych. Różnorodność kształtów uwarunkowana jest rodzajem i wielkością obciążenia, które łożysko toczne ma przenieść np. z czopa wału na obudowę. W niektórych przypadkach istotna, a niekiedy decydująca, może być sprawność łożyska tocznego. Wydaje się, że takim przypadkiem są łożyska toczne w krążnikach stosowanych w budowie przenośników taśmowych. Sprawność całego urządzenia w znacznym stopniu zależy od strat energii w łożyskach krążników.

Wartość momentu obrotowego dla krążników z łożyskiem 6308 ( $\phi 90$ ) wynosi wg [3] ok.  $M_o = 0,32 \text{ N}\cdot\text{m}$ , z łożyskiem 6312 ( $\phi 130$ ),  $M_o = 0,90 \text{ N}\cdot\text{m}$ , a z łożyskiem 22312 (baryłkowe  $\phi 130$ ),  $M_o = 1,0 \text{ N}\cdot\text{m}$ .

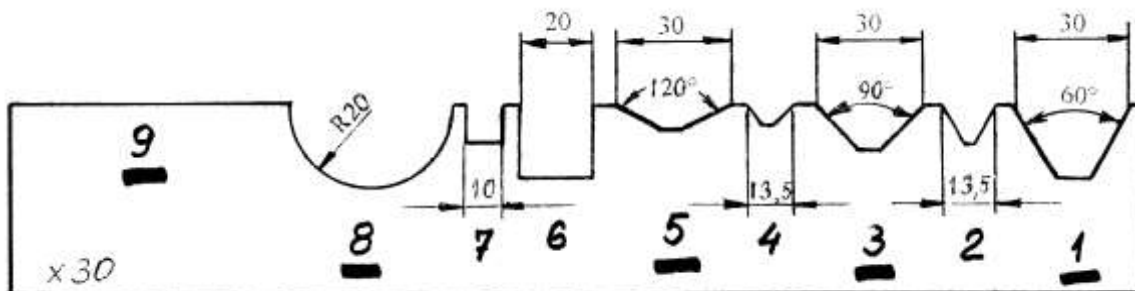


Rys. 5. Budowa przykładowego krążnika

W przenośniku taśmowym niekiedy tysiące łożysk tocznych są źródłami ciepła. Na ilość wytworzonego ciepła w łożysku wpływ mają m.in. opory ruchu elementów tocznych w bieźniach.

W przypadku łożysk kulkowych na powierzchni styku kuli z bieźnią występują poślizgi, a więc typowe tarcie ślizgowe. W związku z tym istnieje potrzeba kształtowania bieźni do zadań przewidzianych dla określonych warunków pracy łożyska tocznego, związanych z obciążeniem, prędkością obrotową i zakładaną trwałością.

Do analizy tego problemu może być przydatne porównanie oporów oscylacyjnego ruchu kuli po bieźniach o różnych kształtach i wykonanych z różnych materiałów. Taką ocenę porównawczą wykonano dla przykładowych kształtów bieźni pokazanych na rysunku 6.



Rys. 6. Kształty bieżni –rowki od poz. 1 do poz. 9 (powierzchnia płaska) [4]

Do dalszej analizy przyjęto wyniki uzyskane z oscylacyjnego obtaczania się stalowej kuli łożyskowej  $\Phi 30$  mm wzdłuż rowków o numerach 1, 3, 5, 8 i po powierzchni płaskiej 9. Wynikami tymi były średnie czasy do zatrzymania wahadła, które pozwalają na porównanie oporów ruchu w bieżniach wykonanych w różnych materiałach.

Tablica 1. Porównanie oporów ruchu oscylacyjnego łożyskowej kuli stalowej po technicznie suchych powierzchniach próbki, wykonanej ze stali 40H

Nr rowka z rysunku 1	Średni czas do zatrzymania wahadła $t, s$	Iloraz czasu do zatrzymania wahadła poz. 9 / poz. x
1	1112	8,816
3	1860	5,324
5	3850	2,535
8	5838	1,675
9 (pow. płaska)	9792	1,000

Tablica 2. Porównanie oporów ruchu oscylacyjnego łożyskowej kuli stalowej po technicznie suchych powierzchniach próbki, wykonanej z teflonu PTFE .

Nr rowka z rysunku 1	Średni czas do zatrzymania wahadła $t, s$	Iloraz czasu do zatrzymania wahadła poz. 9 / poz. x
1	665	8,828
3	1112	5,279
5	2306	2,546
8	3491	1,682
9 (pow. płaska)	5871	1,000

Tablica 3. Porównanie oporów ruchu oscylacyjnego łożyskowej kuli stalowej po technicznie suchych powierzchniach próbki, wykonanej z **poliamidu PA6**

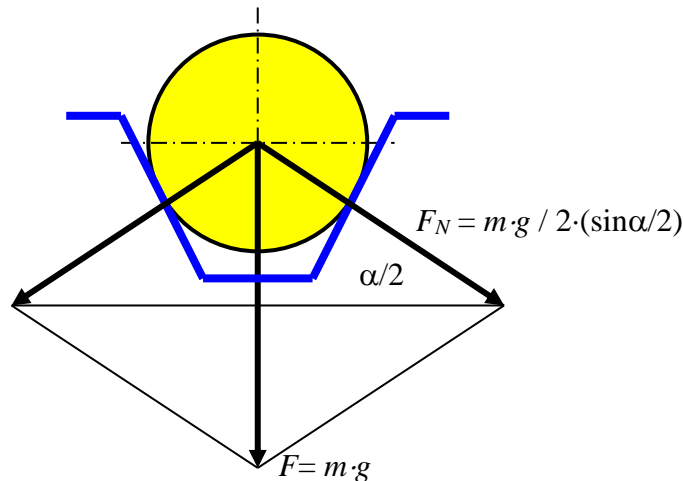
Nr rowka z rysunku 1	Średni czas do zatrzymania wahadła <i>t</i> , s	Iloraz czasu do zatrzymania wahadła poz. 9 / poz. x
1	596	8,810
3	996	5,272
5	2063	2,545
8	3123	1,681
9 (pow. płaska)	5251	1,000

Tablica 4. Porównanie oporów ruchu oscylacyjnego łożyskowej kuli stalowej po technicznie suchych powierzchniach próbki, wykonanej z **bakelitu PT**.

Nr rowka z rysunku 1	Średni czas do zatrzymania wahadła <i>t</i> , s	Iloraz czasu do zatrzymania wahadła poz. 9 / poz. x
1	525	8,830
3	879	5,274
5	1820	2,547
8	2756	1,682
9 (pow. płaska)	4636	1,000

Jak wynika z wyników zawartych w tablicach od 1 do 4, średnie czasy do zatrzymania wahadła są różne, natomiast niezależnie od materiału podłoża charakteryzują się podobną proporcjonalnością w zależności od kształtu bieżni. Na bezwzględną wartość średniego czasu do zatrzymania wahadła istotny wpływ ma kształt bieżni.

Tłumaczyć to można faktem, że przy małych kątach wierzchołkowych w rowkach naciski są większe. Wartości dwóch sił normalnych działających na ściany rowka wynoszą  $F_N = m \cdot g / 2(\sin \alpha/2)$ , gdzie  $\alpha$  jest kątem wierzchołkowym rowka (rys. 6 i 7).



**Rys. 7. Rozkład sił nacisków kuli na ściany rowka o kącie wierzchołkowym  $\alpha$**

Większe siły nacisku kuli na ścianę rowka zwiększają powierzchnię styku, a to powoduje zwiększenie się poślizgów w styku. Zwiększone poślizgi (tarcie ślizgowe) mają decydujący wpływ na zwiększanie się oporów oscylacyjnego ruchu kuli wahadła w rowkach.

#### 4. PODSUMOWANIE

Za pomocą wahadła fizycznego można skutecznie porównywać wartości oporu ruchu tocznego przy nieznacznych i oscylacyjnych przemieszczeniach kuli w bieżniach. Metoda charakteryzuje się dużą selektywnością otrzymywanych wyników. W przypadku przeprowadzonych pomiarów, czas wahań wahadła dla poszczególnych rowków wynosił w granicach od ok. 500 do blisko 10000 sekund.

Wartość współczynnika tarcia tocznego, jako zależność związana z czasem ruchu wahadła, istotnie zależy od twardości materiału podłoża. Przy twardych materiałach podłoża, powierzchnia styku ze stalową kulą jest mała. W przypadku podłoża wykonanego z materiałów miękkich, kula zagłębia się zwiększając powierzchnię styku, a przy oscylacyjnym ruchu kuli występują zwiększone poślizgi w styku.

Badania wykazały, że im mniejszy kąt zawarty pomiędzy ściankami bocznymi rowka, tym czas wahań wahadła jest krótszy, a więc współczynnik oporu oscylacyjnego ruchu tocznego  $\mu_{op}$  ma większą wartość. Wraz ze wzrostem kąta rozchylenia ścianek bocznych zmniejsza się wartość współczynnika  $\mu_{op}$  zyskując najmniejsze wartości dla kąta  $180^\circ$ , czyli dla powierzchni płaskiej.

#### 5. LITERATURA:

- [1] BARWELL F.T.: Łożyskowanie. WNT, Warszawa 1984.
- [2] BEITZ W., KÜTTNER K.-H.: Dubbel; Taschenbuch für den Maschinenbau. 16. Auflage, B16. Springer-Verlag, 1987.
- [3] KOCZY A.: Badania własności statycznych i dynamicznych krążników do przenośników taśmowych. Praca dyplomowa inżynierska. Politechnika Śląska, Instytut Mechanizacji Górnictwa. Gliwice, 2000.



- [4] KODURA B.: Wyznaczanie współczynnika oporu ruchu tocznego. Praca dyplomowa inżynierska. Politechnika Śląska, Instytut Mechanizacji Górnictwa. Gliwice 2001.
- [5] KOWAL A.: Badania oporów oscylacyjnego ruchu tocznego. Zeszyty Naukowe Nr 270, Politechnika Opolska; Mechanika, z. 69, nr 2, s. 45-52, Opole 2001. XX Sympozjon PKM, Polanica-Zdrój 24-26.09.2001.
- [6] KOWAL A.: Rollwiderstände. Tribologie-Fachtagung 2001; Reibung, Schmierung und Verschleiß, Forschung und praktische Anwendungen. Tribologische Systeme, Band I, S. 7/1-7/10. Gesellschaft für Tribologie e.V. - Deutsche Wissenschaftliche Gesellschaft für Erdöl, Erdgas und Kohle e.V. Göttingen, 24-26 September 2001.
- [7] KOWAL A.: Sposób i urządzenie do wyznaczania współczynnika tarcia. Zgłoszenie patentowe nr: A1 (21)342126. Biuletyn Urzędu Patentowego, Dział G, Fizyka, nr 5 (735) 2002, s. 49.

## **COMPARATIVE EVALUATION OF ROLLING BALL MOTION RESISTANCE IN RACEWAYS OF VARIOUS SHAPES**

**Abstract:** A model of reaction forces of base against rolling ball on a flat base is presented along with a method of measurement and determination of rolling resistance coefficient in oscillation movement. On the basis of experiments the resistances of oscillating rolling motion of a ball (30 mm in diameter) in raceways of various shapes were compared.

Recenzent: mgr inż. Stanisław MASŁY