

Marek **KOCHAŃCZYK**
Andrzej **WILK**

WYRÓWNANIE ROZKŁADU OBCIĄŻENIA KOŁA ZĘBATEGO ZA POMOCA MIMOŚRODOWEGO ŁOŻYSKOWANIA WAŁU – DOBÓR CECH GEOMETRYCZYCH

Streszczenie. W artykule zamieszczono wyniki numerycznych obliczeń promieniowego przemieszczenia łożyskowania wałów kół zębatach oraz analizę możliwości kompensacji wypadkowej odchyłki linii styku zębów za pomocą mimośrodowego osadzenia łożysk.

1. WYZNACZENIE PROMIENIOWYCH PRZEMIESZCZEŃ ŁOŻYSK

Mimośrodowe osadzenie łożysk umożliwia wyrównanie rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku zębów [4]. Nierównomierność obciążenia kół można zniwelować przy założeniu różnych odchyłek wykonawczych i odkształceń sprężystych elementów przekładni pod obciążeniem [3]. Jest to możliwe przy zastosowaniu mimośrodu o odpowiedniej wartości ramienia. Oszacowanie wartości tego ramienia wiąże się z wyznaczeniem wymaganego promieniowego przesunięcia osadzenia wału koła zębatego. Wartość tego przesunięcia winna równoważyć czynną wypadkową odchyłkę linii styku zębów $F_{\beta y}$ [1,5]:

$$F_{\beta y} = F_{\beta x} - y_{\beta}, \quad (1.1)$$

gdzie: $F_{\beta x}$ - początkowa odchyłka linii styku bez uwzględniania docierania,

y_{β} - wielkość dotarcia, która powstaje poprzez zmniejszenie się początkowej odchyłki linii styku w wyniku docierania się zębów podczas eksploatacji.

Początkowa odchyłka linii styku $F_{\beta x}$ jest bezwzględną sumą odchyłek wykonawczych uzębienia zębniaka i koła, odkształceń sprężystych wałów i korpusów zębniaka, koła oraz przemieszczeń wynikających z luzów w łożyskach, odkształceń obudowy, a także z różnicy temperatur na szerokości wieńca. Odchyłkę $F_{\beta x}$ [1,5] wyznaczyć można ze wzoru:

$$F_{\beta x} = |f_{ma} + f_{sh1} + f_{sh2} + f_{be} + f_{ca} + f_{te}|, \quad (1.2)$$

gdzie: f_{ma} - odchyłka linii styku wynikająca z odchyłek wykonania,

$f_{sh1,2}$ - odchyłka linii styku uwzględniająca odkształcenia sprężyste wału i korpusu zębniaka, koła,

f_{be} - odchyłka linii styku powstała w efekcie luzów i odkształceń w łożyskach,

f_{ca} - odchyłka linii styku uwzględniająca odkształcenia obudowy,

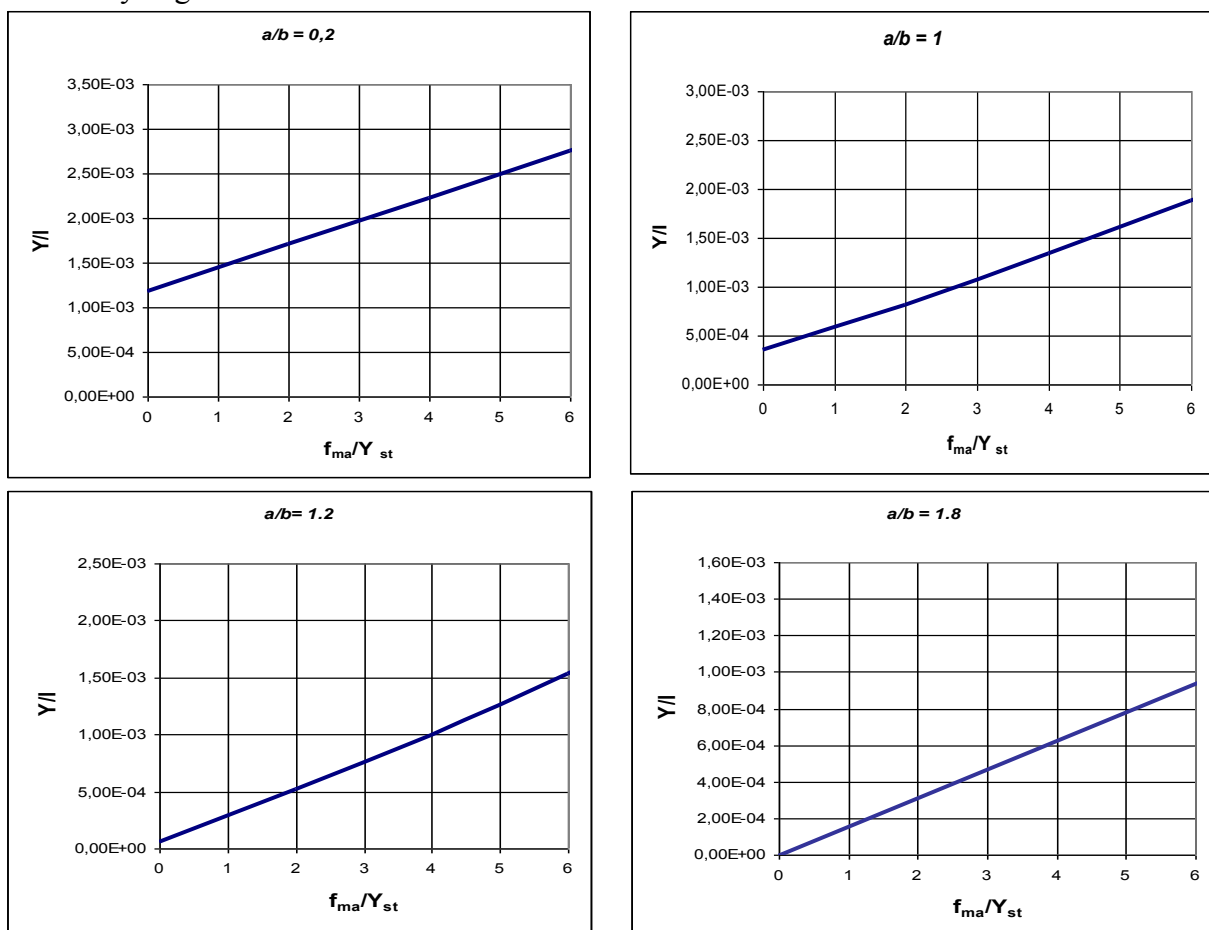
f_{te} - odchyłka linii styku spowodowana różnicą temperatur na szerokości wieńca zębatego.

Istotny wpływ na wartość tej odchyłki mają jej składowe, które wynikają z odkształceń giętnych i skrętnych wałów zębnika i koła. W niniejszej pracy przeprowadzono obliczenia numeryczne, które pozwalają oszacować wartości tych odchyłek składowych w zależności od cech geometrycznych wałów oraz obciążenia. Podstawę obliczeń stanowił model L. Müllera [4], w którym założono, że zmiana obciążenia zęba jest proporcjonalna do zmiany linii zęba, wywołanej odkształceniami i odchyłkami wykonawczymi. Obliczenia prowadzono przy następujących założeniach:

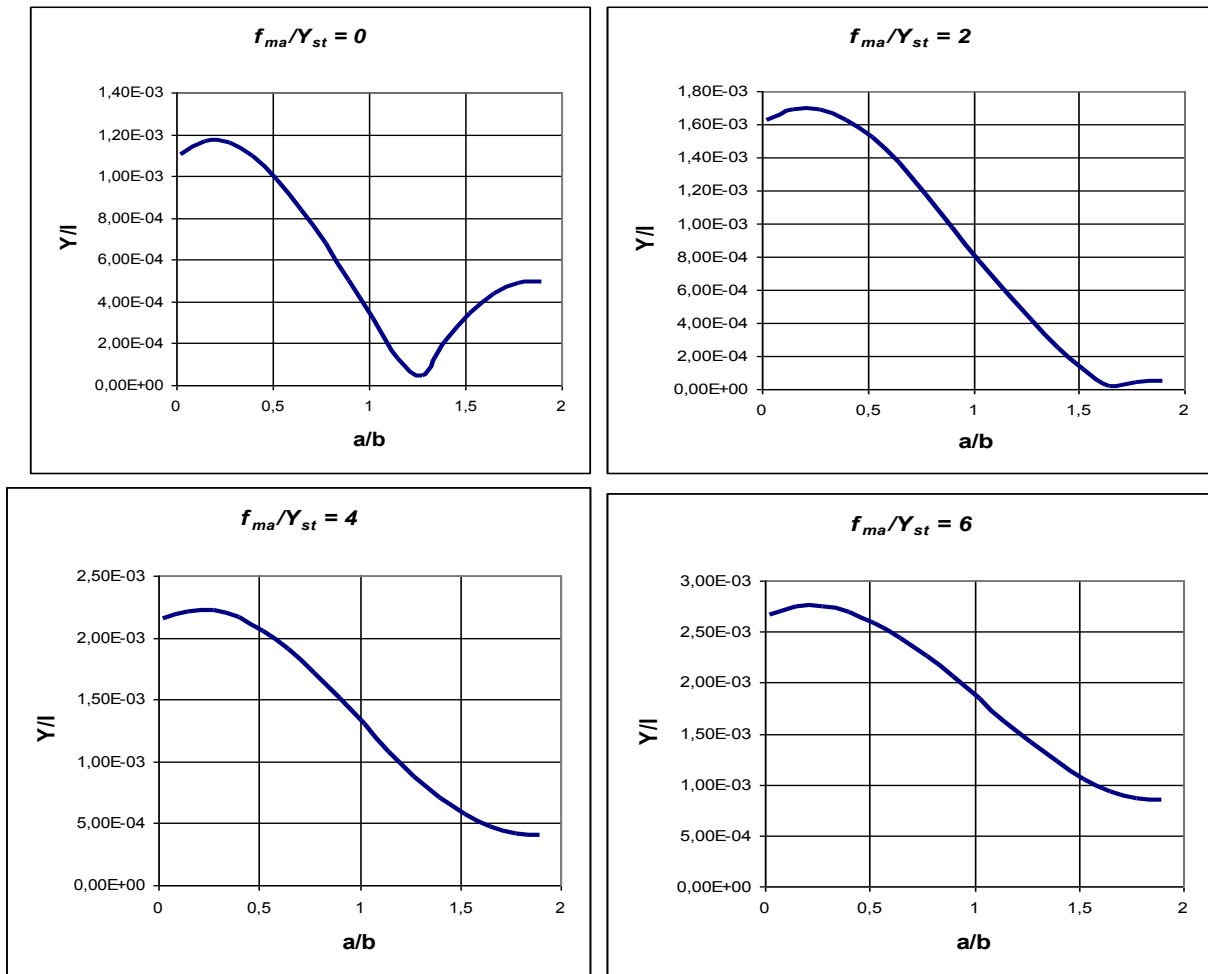
- obciążenie jednostkowe [2] $Q=3$ [MPa],
- względny rozstaw łożysk $l/b = 3$,
- względna szerokość zębnika $b/d_1 = 1$,

względna odchyłka f_{ma} odniesiona do ugięcia statycznego zazębienia Y_{st} , równa odpowiednio: 0, 2, 4 i 6.

Na rysunku 1 przedstawiono zmiany wartości przesunięcia podpory końcowej Y odniesionej do rozstawu łożysk l w funkcji względnej odchyłki f_{ma} odniesionej do ugięcia statycznego pary zębów współpracujących kół Y_{st} . Wypadkowa odchyłka wykonania f_{ma} [1,5] jest sumą odchyłek kierunku linii zęba zębnika i koła oraz odchyłek nierównoległości i przekoszenia osi kół. Z obliczeń wynika, że wraz ze wzrostem względnej odchyłki f_{ma} rośnie wymagane



Rys. 1. Wartości promieniowego przesunięcia podpory końcowej Y odniesione do rozstawu łożysk l w funkcji względnej odchyłki f_{ma}/Y_{st} , przy założeniu: $b/d_1=1$, $l/b=3$, $Q=3$, przy czterech wartościach a/b : 0.2, 1, 1.2, 1.8.



Rys. 2. Wartości promieniowego przemieszczenia podpory końcowej Y odniesione do rozstawu łożysk l w funkcji a/b , przy założeniu $b/d_1=1$, $l/b=3$, $Q=3$ przy różnych wartościach względnej odchyłki f_{ma}/Y_{st} : 0, 2, 4 i 6.

promieniowe przemieszczenie podpory końcowej Y . Przemieszczenie to zależy także od położenia zębniaka względem podpór a/b . Zmiany wartości tego przemieszczenia w funkcji położenia zębniaka względem podpór a/b przedstawiono na rysunku 2. Większe wartości występują w przypadku $a/b = 0.2$, gdy odkształcenia giętne i skrętne dodają się. Przy $a/b = 1.8$ skutki zginania są równoważone przez odkształcenia skrętne, co powoduje mniejsze wartości przemieszczenia Y . Wymagana wartość ramienia mimośrodowego potrzebnego do wyrównania rozkładu obciążenia zależy od wartości czynnej wypadkowej odchyłki linii styku zębów $F_{\beta y}$. Im większa jest wartość odchyłki $F_{\beta y}$, tym większe powinno być ramię mimośrodowego, zastosowanego do wyrównania rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku zębów.

2. ANALIZA MOŻLIWOŚCI KOMPENSACJI WYPADKOWEJ ODCHYLKI LINII STYKU ZĘBÓW ZA POMOCĄ MIMOŚRODOWEGO OSADZENIA ŁOŻYSK

Mimośrodowe osadzenie jednej z podpór wału wiąże się z celowym wprowadzeniem odchyłek: przekoszenia f_y i nierównoległości osi f_x . Obracając mimośrodem zmieniamy zarówno odchyłkę przekoszenia osi, jak i nierównoległości osi (Rys. 3). Wyrównanie rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku zębów nastąpi wtedy, gdy wypadkowa odchyłka

wynikająca z położenia mimośrodowo zrównoważonej czynnej wypadkowej odchyłki linii styku zębów $F_{\beta y}$. Zależność tę możemy zapisać w postaci równania (Rys. 3 oraz 4):

$$F_{\beta y} - \zeta \frac{b}{l} \cos \alpha \cos \alpha_{wr} - \zeta \frac{b}{l} \sin \alpha \sin \alpha_{wr} = 0, \quad (2.1)$$

gdzie: $F_{\beta y}$ - czynna wypadkowa odchyłka linii styku zębów,
 α_{wr} - toczy kąt przyporu w płaszczyźnie czołowej,
 α - kąt obrotu mimośrodowo,
 ζ - ramię mimośrodowo,
 b - szerokość wieńca zębatego,
 l - rozstaw łożysk.

Po uwzględnieniu znanych zależności trygonometrycznych oraz wprowadzając nowe oznaczenia:

$$\zeta' = \zeta \frac{b}{l}, \quad (2.2)$$

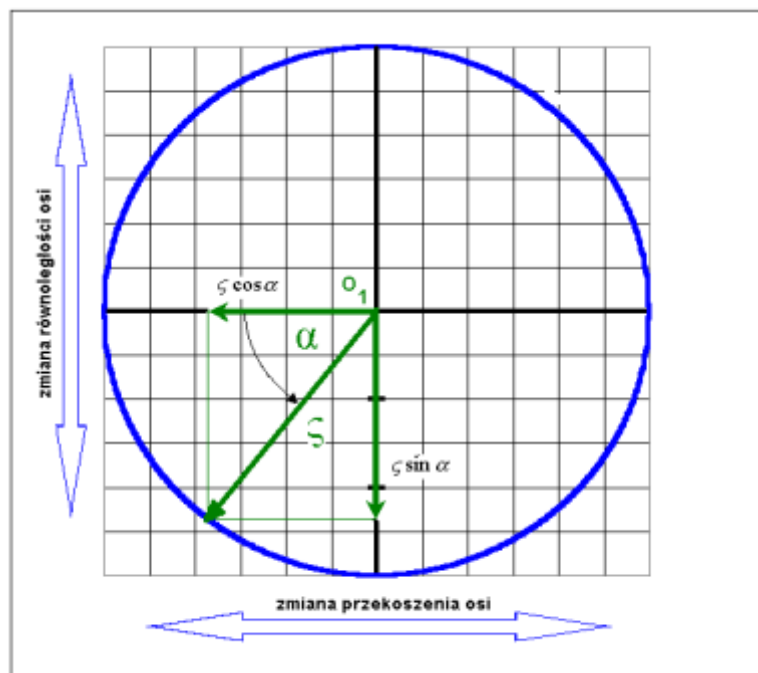
gdzie: ζ' - zredukowane ramię mimośrodowo,

oraz
$$z = \frac{F_{\beta y}}{\zeta'}, \quad (2.3)$$

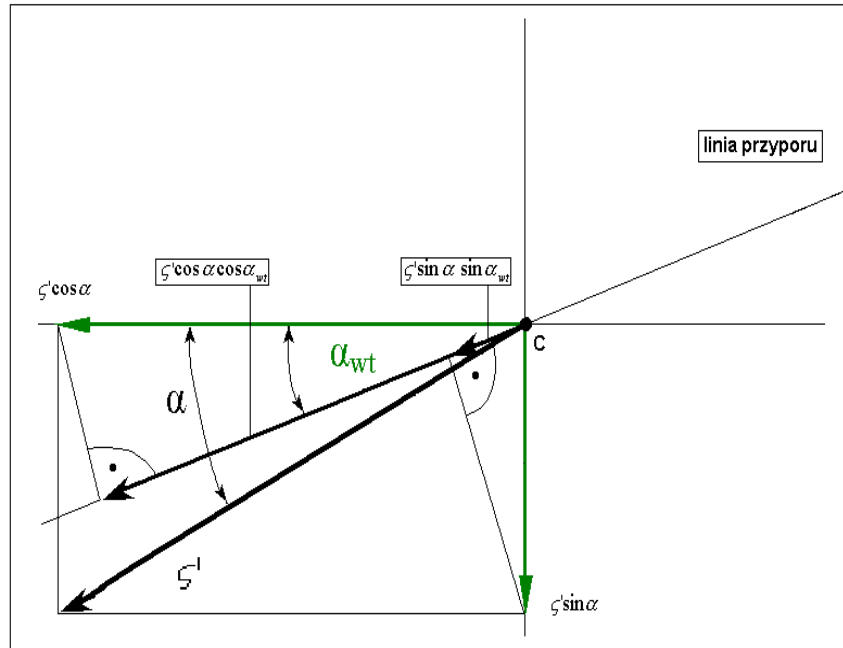
po podzieleniu stron równania przez ζ' , otrzymujemy:

$$z - \cos(\alpha - \alpha_{wr}) = 0. \quad (2.4)$$

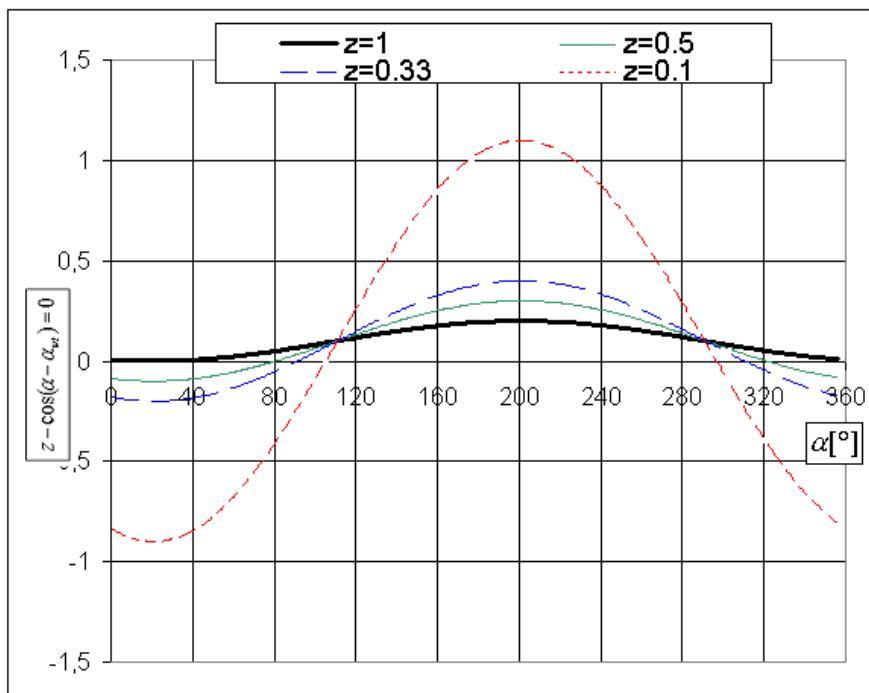
Na rysunku 5. przedstawiono rozwiązanie równania (2.4) przy założeniu wartości współczynnika z od 0.1 do 1. W przypadku, gdy współczynnik z wynosi jeden, wartość czynnej wypadkowej odchyłki linii styku zębów $F_{\beta y}$ równa jest wartości zredukowanego ramienia mimośrodowo ζ' .



Rys. 3. Odchyłki składowe linii styku zębów wynikające z położenia mimośrodowo.



Rys. 4. Składowe odchyłki linii styku zębów w punkcie tocznym C.



Rys. 5. Wyniki rozwiązań równania (2.4) w funkcji kąta obrotu mimośrodu dla różnych wartości współczynnika z (wzór 2.3).

Wtedy w pełnym zakresie obrotu mimośrodu jest jedno położenie, w którym dochodzi do zrównoważenia odchyłki $F_{\beta y}$, poprzez odchyłki nierównoległości i przekoszenia osi powstające w wyniku oddziaływania mimośrodu. Jeżeli wartość ramienia mimośrodu jest przykładowo dwa razy większa od wartości czynnej wypadkowej odchyłki linii styku zębów ($z=0.5$), to w pełnym zakresie obrotu mimośrodu są dwa położenia, przy których następuje

kompensacja wypadkowej odchyłki linii styku zębów. Jak wynika z rysunku 5, w zakresie wartości współczynnika z mniejszych od 1, w każdym przypadku występują dwa położenia mimośrodów, przy których odchyłka $F_{\beta y}$ zostaje zrównoważona poprzez odchyłkę wynikającą z odpowiedniego nastawienia tego mimośrodu. W praktyce oznacza to, że kompensacja czynnej wypadkowej odchyłki linii styku $F_{\beta y}$ jest możliwa, gdy zredukowane ramię mimośrodu ζ' jest większe od oczekiwanej wartości tej odchyłki. Zakres regulacji możemy podzielić na dwie strefy (Rys. 3 oraz 5):

I - od 0 do 180 [°], w której odległość osi kół jest większa od początkowej,

II - od 180 do 360 [°], w której odległość osi kół jest mniejsza od początkowej.

W strefach tych odpowiednio zwiększa się i zmniejsza luz międzyzębny kół zębatych [1,2]. Ponieważ ograniczenie tego luzu jest czynnikiem wpływającym na prawidłową pracę przekładni zębatej, dlatego innym warunkiem decydującym o możliwości kompensacji wypadkowej odchyłki linii styku zębów za pomocą mimośrodowego osadzenia łożysk jest zachowanie odpowiedniego luzu międzyzębnego, a więc niedopuszczenie do zakleszczenia się zębów współpracujących kół. W przypadku zębów prostych warunek zakleszczania się zębów przekładni możemy sformułować następująco:

$$1 + 2 \sin \alpha_0 \zeta'_j \sin \alpha - |\zeta'_j \cos \alpha \cos \alpha_0| \geq \frac{j_{n \min}}{j_n}, \quad (2.5)$$

gdzie: $\zeta'_j = \frac{\zeta'}{j_n}$,

α - kąt obrotu mimośrodu,

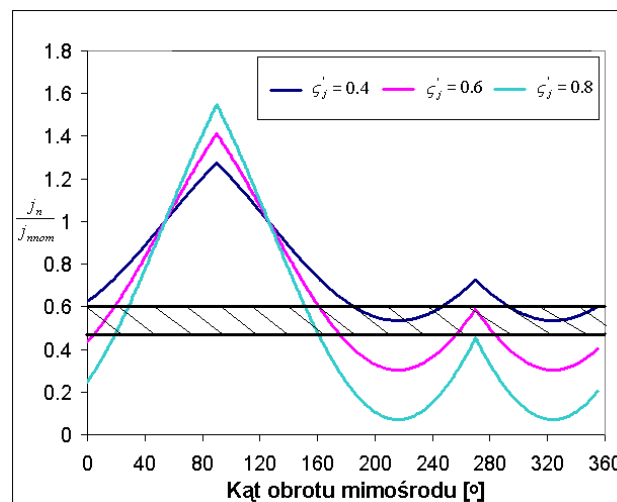
α_0 - nominalny kąt przyporu na walcu podziałowym,

ζ' - zredukowane ramię mimośrodu,

j_n - luz boczny normalny,

$j_{n \min}$ - minimalny luz boczny normalny.

Równanie (2.5) uwzględnia zmiany luzu międzyzębnego spowodowane zarówno zmianą odległości osi kół, jak również ich przekoszenia. Rysunek 6 przedstawia względny luz wynikający z nastawienia mimośrodu j_n odniesiony do luzu bocznego j_{nom} od kąta obrotu mimośrodu, przy trzech wartościach względnego zredukowanego ramienia mimośrodu ζ'_j : 0.4, 0.6 i 0.8.



Rys. 6. Względny luz boczny wynikający z nastawienia mimośrodu odniesiony do luzu bocznego j_{nom} w funkcji kąta obrotu mimośrodu.

W przypadku przemysłowych przekładni zębatych wartość minimalnego luzu bocznego j_{nmin} odniesiona do luzu nominalnego j_{nom} mieści się w granicach od 0.45 do 0.6. Ilustruje to zakreśkowane pole na rysunku 6. W praktyce oznacza to, że użyteczny zakres regulacji mimośrodów znajduje się w przedziale obrotu mimośrodów od $0 [^\circ]$ do $180 [^\circ]$, w którym następuje zwiększenie odległości osi kół. W zakresie tym występuje tylko jedno położenie, gdzie dochodzi do wyrównania rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku zębów (Rys. 5).

3. PODSUMOWANIE

Wartość ramienia mimośrodu niezbędnego do wyrównania rozkładu obciążenia zależy od wartości czynnej wypadkowej odchyłki linii styku zębów $F_{\beta y}$. Wyższe wartości tej odchyłki wymagają większego ramienia mimośrodu, zastosowanego do wyrównania rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku zębów. Wymagana wartość współczynnika λ powinna się znajdować w granicach od 0.66 do 0.3, co oznacza, że zredukowane ramię mimośrodu powinno być od 1.5 do 3 razy większe od oczekiwanej wartości odchyłki $F_{\beta y}$. Warunkiem ograniczającym możliwości wyrównania rozkładu obciążenia poprzez mimośrodowe osadzenie łożysk jest zachowanie minimalnej wartości luzu bocznego j_n . W praktyce ze względu na to ograniczenie celowa jest regulacja położenia mimośrodu w I strefie regulacji, w której odległość osi kół jest większa od początkowej.

4. LITERTATURA

- [1] JAŚKIEWICZ Z., WĄSIEWSKI A.: Przekładnie walcowe. WKŁ, Warszawa 1992.
- [2] MÜLLER L.: Przekładnie zębate - projektowanie. WNT, Warszawa 1996.
- [3] WILK A., KOCHAŃCZYK M.: Mimośrodowe osadzenie łożysk jako metoda wyrównania rozkładu obciążenia na szerokości koła. XIX Sympozjon PKM 1999.
- [4] WILK A., KOCHAŃCZYK M.: Analiza możliwości wyrównania rozkładu obciążenia na szerokości koła zębatego. Biuletyn N-T OBRUM, No 12, 1999, s. 65-75.
- [5] Normy: DIN 3990/1, ISO/DIS 6336/1, PN - 79/M- 88522, PN-85/M-86100, PN-85/M-86452.

EQUALIZATION OF LOAD ON GEAR BY MEANS OF ECCENTRIC BEARINGS

Abstract: This paper presents results of numerical calculations of radial displacement of bearings deposition. This displacement is necessary for equalization of load on the cog's width. Analysis of compensation resultant deviation of contact line is shown in second part this paper.

Recenzent: dr inż. Jacek Spałek